

# 野球ボールの運動シミュレーション

高橋 利奈 (指導教員：河村 哲也)

## 1 はじめに

野球という球技の中でホームランは試合の流れを大きく変えることが多くある。外国の選手と比べると身体が小さい日本人でも、簡単にホームランを打てる方法があれば、もっと多くの野手が世界で活躍できるのではないかと考えた。

本研究は、ホームランを打つための条件があるのかを探ること、具体的には、初速度や角度、抵抗係数、飛距離、最高地点の関係性を見つけること、そして最終的に、簡単にホームランを打てる条件を見つけることを目的とした。

## 2 ホームランデータ

アメリカのスポーツチャンネル (ESPN) では、大リーグの過去10年間のホームランデータを公開している [2]。具体的には初速度、角度、飛距離、最高地点などの数値が記載されている。今回はこのホームランデータを活用する。

## 3 計算方法

### 3.1 解法

抵抗係数を一定値と仮定し、ホームランデータから初速度、角度を初期値として与え、運動方程式を4次精度のルンゲ・クッタ法を用いて数値的に、複雑でない場合は解析的に解く。実測の飛距離と最高地点の値が等しくなる軌道を見つける。

### 3.2 基本条件

空気の動粘性係数：  $14.9 \times 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s]}$   
ボールの直径：  $7.48 \times 10^{-2} \text{ [m]}$   
重力加速度：  $9.80665 \text{ [m/s}^2]$   
ボールの密度：  $679.0 \text{ [kg/m}^3]$   
空気の密度：  $1.21 \text{ [kg/m}^3]$   
レイノルズ数： (流速)  $\times 5020$

### 3.3 基礎方程式

以下の運動方程式を使用する。

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= -\frac{3}{4D} \frac{\rho_A}{\rho_B} u^2 C_D \\ \frac{dv}{dt} &= -g - \frac{3}{4D} \frac{\rho_A}{\rho_B} \frac{v^3}{|v|} C_D + f_L \\ \frac{dx}{dt} &= u \\ \frac{dy}{dt} &= v\end{aligned}$$

$D$ : ボールの直径,  $g$ : 重力加速度,  
 $\rho_A$ : 空気の密度,  $\rho_B$ : ボールの密度,  $C_D$ : 抵抗係数

上式において  $f_L$  は、ボールに働く揚力をボールの質量で割ったものである。ただし、揚力はボールの回転によるマグナス効果 [3] によって発生するため、ボールが回転していないときは0である。

今回は、まず初速度:  $|v|=46.134528 \text{ [m/s]}$ , 角度:  $26.4 \text{ [度]} (= \alpha \text{ ラジアン})$  で飛距離  $122.5 \text{ [m]}$  最高地点  $24.9 \text{ [m]}$  のホームランでテスト計算を行った。

### 3.4 step1

$C_D=0.0$ ,  $f_L=0.0$  のとき、厳密解が求まる。  $t=0$  のとき  $x=u$ ,  $u=|v|\cos\alpha$ ,  $y=0$ ,  $v=|v|\sin\alpha$  とすれば  
 $x = \frac{1}{2}Ut$   
 $y = -\frac{1}{2}gt^2 + vt$   
となる。このことから  $t = \frac{V}{g}$  のとき最高地点  $\frac{V^2}{2g}$  に達し、  $t = \frac{2V}{g}$  のとき地上に到達する。グラフに書くと Fig1 となり、飛距離が  $173 \text{ [m]}$ , 最高地点が  $21.5 \text{ [m]}$  になり実測値と比べると飛距離が長くなった。

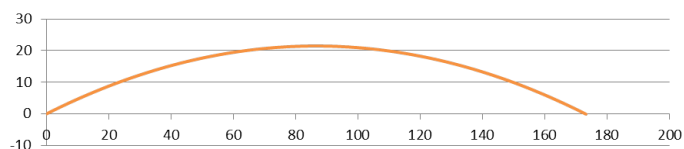


Fig 1 ボールの軌跡

### 3.5 step2

step1の結果から  $C_D$  を考慮する必要があることがわかった。  $C_D=0.21$ ,  $C_L=0.0$  のとき飛距離が  $122 \text{ [m]}$ , 最高地点が  $17.7 \text{ [m]}$  になり飛距離は実測値に近くなったが、逆に最高地点は低くなった。

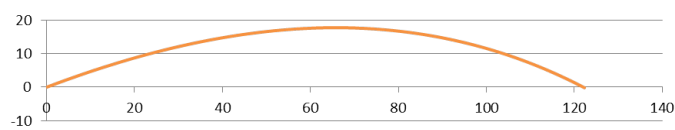


Fig 2 ボールの軌跡

$C_D$  については、球に対して実験結果があるが、特にボールの速度を考慮すると抵抗係数が大きく変化する付近を飛んでいる可能性が高い [fig5 の赤の縦線部分]。そこでホームランデータから逆に  $C_D$  を推定することにし、50本のホームランに対して、実測値の飛距離に等しくなる  $C_D$  の値を探索した。

## 4 結果と考察

### 4.1 関係性

初速度と飛距離の関係性を見ると、初速度が速ければ飛距離が長く、遅ければ短い。

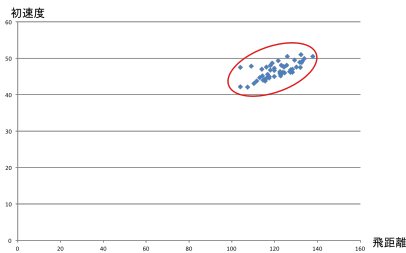


Fig 3 初速度と飛距離

初速度と抵抗係数の関係性を見ると抵抗係数が 0.1 から 0.35 の範囲で大きくばらついている。

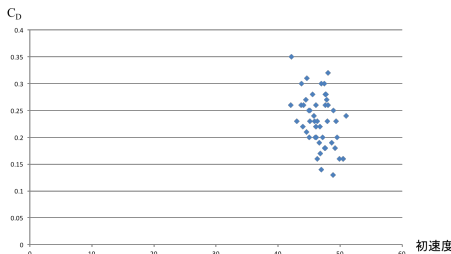


Fig 4 初速度と抵抗係数

原因を探るために抵抗係数とレイノルズ数のグラフを重ねてみた。[Fig5] は球に対する実験結果のグラフであるが、図の縦線付近で抵抗係数は急激に下がっている。これを Drag crisis と呼んでいる。なお Drag crisis になるレイノルズ数は球に表面粗さがあると小さくなることが知られている。ホームランの実測値は凹凸の球を使用しており、ばらつきは抵抗値が急変する Drag crisis が原因だと考えられる。

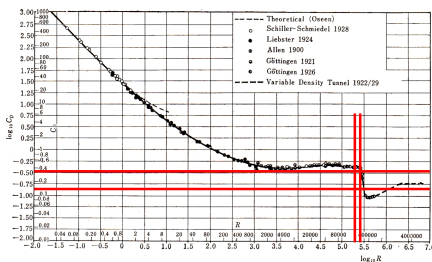


Fig 5 3mm

Fig 6 レイノルズ数 (Log スケール) と抵抗係数

### 4.2 step3

$C_D$  は推定できたが、step2 で推定される最高地点と実測値に差があるため、ボールの回転によって発生する上向きの力  $f_L$  を加えた。  $C_D=0.6$ ,  $f_L=5.9$  のとき飛距離が 120[m], 高さが 22[m] になり飛距離、最高地点ともに実測値に近くなった。

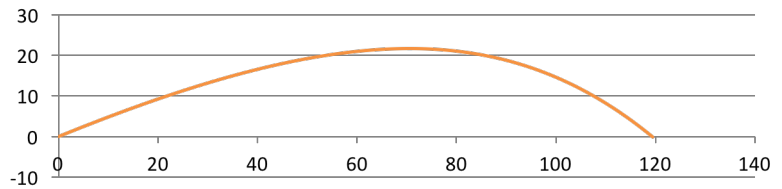


Fig 7 ボールの軌跡

ここで  $C_D$  と同様に、ホームランデータから逆に揚力を推定することにし、50本のホームランに対して、実測値に等しくなる揚力の値を探索した。飛距離と揚力の関係性を見ると、揚力が大きいほど飛距離が長く、小さければ短い。

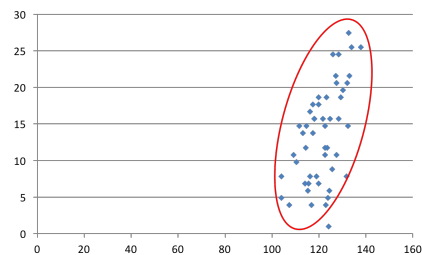


Fig 8 飛距離と揚力

## 5 まとめと今後の課題

Drag crisis とホームランには、大きな関係性があることがわかった。簡単にホームランを打つためには、球の初速度を速くする、つまり球速の速い投手の球に速いバットスイングで当てる必要がある。また、回転を利用して飛距離を長くすることはできるが、回転数が大きすぎるとフライになってしまうと考えられる。

今後は、抵抗係数のグラフを用いて、飛距離が大きく変わる場所があるかどうかを調べる。またボールの硬さや大きさを変えて、抵抗係数や飛距離、初速度の関係性を見つける。

## 参考文献

- [1] 河村哲也. 数値シミュレーション入門. サイエンス社, 2006.
- [2] ENPN Home Run Tracker <http://www.hittrackeronline.com/>
- [3] D.J.TRITTON. Physical Fluid Dynamics 2nd ed. pp159-161. Oxford Science Publication, 1988